入 学 試 験 問 題

前

数学 （医学科）

（学習用配点 200 点）

2027 年度 福島県立医科大学・非公式予想問題

演習時間 120 分（2026 年度参考）　前期日程対策　全　4　問

注 意 事 項

1 開始の合図があるまで、問題冊子を開かないこと。

2 問題冊子は 5 ページ、全 4 問である。印刷の欠落や不鮮明な箇所がないか確認すること。

3 解答には、黒鉛筆または黒色シャープペンシルを用いること。

4 解答用紙の指定欄に受験番号と氏名を記入すること。指定欄以外へ識別情報を書かないこと。

5 解答は、解答用紙の指定された欄に記すこと。設問ごとの字数や語数の条件を守ること。

6 解答欄には設問と関係のない文章・記号・符号を書かないこと。計算・論証の必要な設問は途中の過程も示すこと。

7 この問題冊子の余白は下書きに用いてよい。冊子のページを切り離さないこと。

8 問題冊子と解答用紙を照合し、解答すべき大問と小問の取り違えがないようにすること。

9 指定された試験時間内に解答し、終了後は解答・解説で根拠と結論を点検すること。

10 本冊子は非公式の独自予想問題である。大学の公式試験問題ではなく、配点と採点基準は学習用の独自設計である。

第　1　問

（60 点）

以下の各問に答えよ。各問は独立である。

(1) ある試行で事象 A が起こる確率は $\dfrac{1}{3}$ である。この試行を独立に 5 回行う。 A がちょうど 2 回起こる確率と、 3 回以上起こる確率を求めよ。

(2) 実数 t に対して、方程式 $x^2 - 2tx + t = 0$ が異なる二つの正の根をもつための t の条件を求めよ。

(3) 次の定積分を求めよ。

$$\int_0^1 x \log(1 + x^2)\, dx$$

(4) 原点を O とし、 $\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}$、 $\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}$ が

$$|\vec{a}| = 2, \quad |\vec{b}| = 3, \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = 3$$

をみたす。線分 AB 上の点 P に対し、 OP の長さの最小値と、そのときの AP : PB を求めよ。

第　2　問

（45 点）

座標空間に四点 $\mathrm{O}(0,0,0)$、 $\mathrm{A}(2,0,0)$、 $\mathrm{B}(0,2,0)$、 $\mathrm{C}(0,0,2)$ をとる。 $0 \leqq t \leqq 1$ とし、

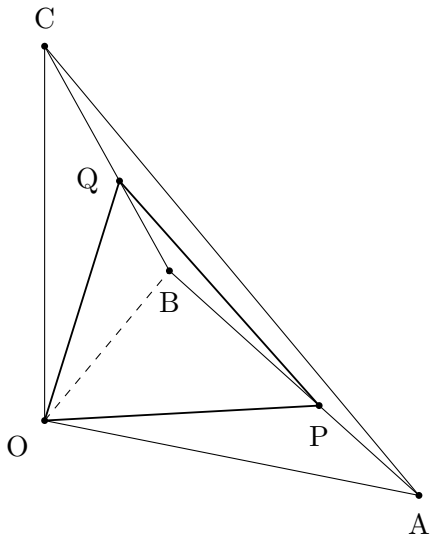
$$\overrightarrow{\mathrm{OP}} = (1-t)\overrightarrow{\mathrm{OA}} + t\overrightarrow{\mathrm{OB}}, \quad \overrightarrow{\mathrm{OQ}} = (1-t)\overrightarrow{\mathrm{OB}} + t\overrightarrow{\mathrm{OC}}$$

で点 P、 Q を定める。

(1) $\left|\overrightarrow{\mathrm{OP}}\right|^2$、 $\left|\overrightarrow{\mathrm{OQ}}\right|^2$、 $\overrightarrow{\mathrm{OP}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ を t で表せ。

(2) 三角形 OPQ の面積を $S(t)$ とする。 $u = t(1-t)$ を用いて $S(t)$ を表し、その最小値と、それを与える t を求めよ。

(3) (2) で面積が最小となるとき、点 C から平面 OPQ に下ろした垂線の足の座標と、点 C とこの平面の距離を求めよ。



辺上の点の配置の一例（立体の見取図）。

第　3　問

（40 点）

自然数 n に対し、多項式 x^n を x^2-3x+1 で割った余りを a_nx+b_n とする。

(1)　a_1, b_1, a_2, b_2 を求め、 a_{n+1}, b_{n+1} を a_n, b_n で表せ。

(2)　$a_0=0$ と定めるとき、 $n \geqq 1$ について $b_n=-a_{n-1}$ および $a_{n+1}=3a_n-a_{n-1}$ が成り立つことを示せ。

(3)　a_n を 5 で割った余りは $(-1)^{n-1}n$ を 5 で割った余りに等しいことを示せ。また、 a_n が 5 の倍数となる n の条件を求めよ。

(4)　a_{2027}、 b_{2027} を 5 で割った余りを、それぞれ求めよ。

第　4　問

（55 点）

$x \geqq 0$ で定義される関数 $g(x) = x + \log(1+x)$ を考える。対数は自然対数である。

(1)　g の値域が $[0, \infty)$ であり、逆関数 h が存在することを示せ。さらに、 $y \geqq 0$ に対して $\dfrac{y}{2} \leqq h(y) \leqq y$ が成り立つことを示せ。

(2) 定積分 $\displaystyle\int_0^{1+\log 2} h(y)\,dy$ を求めよ。

(3)　$a > 0$ に対し、 $A(a) = \displaystyle\int_0^{g(a)} \left(h(y) - \frac{y}{2} \right) dy$ とおく。 $y = g(x)$ による置換積分を用いて、次の極限を求めよ。

$$\lim_{a \downarrow 0} \frac{A(a)}{a^3}$$

ただし、 $a \downarrow 0$ は $a > 0$ の範囲で零に近づくことを表す。