入 学 試 験 問 題

前

数学 （文系）

（学習用配点 200 点）

2027 年度 東北大学・非公式予想問題

試験時間 100 分　前期日程対策　全　4　問

注 意 事 項

1 開始の合図があるまで、問題冊子を開かないこと。

2 問題冊子は 5 ページ、全 4 問である。印刷の欠落や不鮮明な箇所がないか確認すること。

3 解答には、黒鉛筆または黒色シャープペンシルを用いること。

4 解答用紙の指定欄に受験番号と氏名を記入すること。指定欄以外へ識別情報を書かないこと。

5 解答は、解答用紙の指定された欄に記すこと。設問ごとの字数や語数の条件を守ること。

6 解答欄には設問と関係のない文章・記号・符号を書かないこと。計算・論証の必要な設問は途中の過程も示すこと。

7 この問題冊子の余白は下書きに用いてよい。冊子のページを切り離さないこと。

8 問題冊子と解答用紙を照合し、解答すべき大問と小問の取り違えがないようにすること。

9 文学部・教育学部・法学部・経済学部文系・医学部保健学科看護学専攻の数学（100 分）を想定した演習用。配点は学習用の独自配点で、大学の学部別配点とは異なる。

10 本冊子は非公式の独自予想問題である。大学の公式試験問題ではなく、配点と採点基準は学習用の独自設計である。

第　1　問

（50 点）

n を正の整数とし、整式 $x^{2n}+x^n+1$ を x^2+x+1 で割った余りを $R_n(x)$ とする。

(1) $R_n(x)$ を求めよ。

(2) m を 2 以上の整数とする。$m^{2n}+m^n+1$ が m^2+m+1 で割り切れるための、n についての必要十分条件を求めよ。

(3) $2^{2n}+2^n+1$ が 21 で割り切れるような 100 以下の正の整数 n の個数を求めよ。

第　2　問

（50 点）

1 から 9 までの数字が 1 つずつ書かれた 9 枚のカードから、同時に 3 枚を取り出す。取り出した 3 枚に書かれた数の和が 3 の倍数であるという事象を A、積が 3 の倍数であるという事象を B、最大の数が 9 であるという事象を C とする。

(1) 事象 A が起こる確率 $P(A)$ を求めよ。

(2) 事象 B が起こったときに事象 A が起こる条件付き確率 $P_B(A)$ を求め、$P(A)$ との大小を比べよ。

(3) 事象 A と事象 C は独立であるか。理由をつけて答えよ。

第　3　問

（50 点）

三角形 OAB において、OA $= 2$、OB $= 3$、$\angle \mathrm{AOB} = 60^\circ$ とし、$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}$、$\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}$ とする。0 以上の実数 s、t を用いて $\overrightarrow{\mathrm{OP}} = s\vec{a} + t\vec{b}$ と表される点 P が、

$$\overrightarrow{\mathrm{AP}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{BP}} = 0$$

をみたしながら動く。

(1) s、t がみたす関係式を求めよ。

(2) $s + t$ の最大値と、そのときの s、t の値を求めよ。

(3) $s + t$ の最小値と、そのときの s、t の値を求めよ。

第　4　問

（50 点）

曲線 $C : y = x^3 - 4x$ と、実数 m に対する直線 $\ell_m : y = mx$ を考える。

(1) C と ℓ_m が原点以外にも共有点をもつような m の値の範囲を求めよ。

(2) m が (1) の範囲にあるとき、C と ℓ_m で囲まれた 2 つの部分の面積の和 $S(m)$ を求めよ。

(3) C と ℓ_m で囲まれた部分のうち $x \geqq 0$ の範囲にある部分の面積が、直線 $x = 1$ によって 2 等分されるような m の値を求めよ。